

Marcin HELJAK, promotor pracy Antoni JOHN Katedra Wytrzymałości Materiałów i Metod Komputerowych Mechaniki, Politechnika Śląska, Gliwice

SYMULACJA PRZEBUDOWY KOŚCI GĄBCZASTEJ

Streszczenie. W pracy opisano wybrany model przebudowy (adaptacji) tkanki gąbczastej pod wpływem obciążenia zewnętrznego. Czynnikiem regulującym proces remodelingu w opisywanym modelu jest gęstość energii odkształcenia. Rezultatem przeprowadzonej symulacji numerycznej jest zmiana rozkładu gęstości tkanki kostnej w rozpatrywanym obszarze. W warunkach rzeczywistych zmiana gęstości tkanki kostnej pod wpływem działającego obciążenia dąży do wartości optymalnej, co oznacza, że organizm dąży do zmniejszenia masy kośćca, przy zachowaniu odpowiednich parametrów wytrzymałościowych.

1. WSTĘP

Zdolność adaptacji struktury tkanki kostnej do zewnętrznych obciążeń mechanicznych jest znana od bardzo dawna. Pierwszym uczonym, który zajął się własnościami adaptacyjnymi tkanki kostnej był niemiecki anatom Julius Wolff (1892). Zgodnie z jego hipotezą, zmiana struktury tkanki następuje w sposób optymalny, co oznacza, że kość, przy zadanym obciążeniu, powinna uzyskać odpowiednią wytrzymałość mechaniczną przy możliwie jak najmniejszej masie własnej.

Pierwszej hipotezy opisującej mechanizm adaptacji tkanki kostnej dostarczył niemiecki chirurg Roux (1895). Przypuszczał on, że rolę sensorów mechanicznych pełnią komórki kostne, które w zależności od wielkości bodźca mechanicznego, miałyby odpowiednio inicjować i kontrolować proces przebudowy tkanki kostnej [1].

Znajomość przebiegu procesu adaptacji ma szczególne znaczenie w trakcie projektowania endoprotez stawowych. Wokół trzpienia wszczepionej endoprotezy, z powodu jej znacznej sztywności powstaje tzw. naprężeniowa strefa ochronna będąca bezpośrednim powodem demineralizacji tkanki kostnej w otoczeniu implantu, co prowadzi do obluzowania się endoprotezy i konieczności reimplantacji [3].

Niniejsza praca zawiera opis symulacji komputerowej remodelingu wycinka kości gąbczastej, wykonanej w oparciu o fenomenologiczny model obliczeniowy opisany w dalszej części.

2. OPIS MODELU

Ogólnie przyjmuje się, że rolę sensorów reagujących na obciążenie mechaniczne pełnią w tkance kostnej osteocyty (komórki kostne). Istotnie, z przeprowadzonych badań wynika, że stężenie enzymów produkowanych przez osteocyty koreluje z wielkością odkształceń występujących w tkance kostnej [4][1]. Osteocyty są równomiernie rozprowadzone w tkance kostnej. Efektorami, które dokonują lokalnych zmian gęstości (mineralizacji) są osteoblasty

(komórki kościotwórcze) i osteoklasty (komórki kościogubne). Za sygnał mechaniczny adaptacji przyjmuje się lokalne naprężenia, odkształcenia lub kombinację tychże.

Modelowany obszar tkanki kostnej dzielony jest na elementy skończone. Każda z komórek sensorycznych jest utożsamiana ze środkiem masy elementu skończonego. Sygnałem mechanicznym w modelu jest gęstość energii odkształcenia $S_i(t)$ [MPa]:

$$S_i = \frac{1}{2} \sigma_i \cdot \varepsilon_i, \quad (1)$$

gdzie: i jest numerem komórki sensorycznej (osteocytu), σ_i wartością zredukowaną naprężenia w i -tej komórce sensorycznej, ε_i wartością zredukowaną odkształcenia w i -tej komórce sensorycznej. Przyjmuje się istnienie takiej wartości gęstości energii odkształcenia k , która może być traktowana jako równowagowa (referencyjna). Bazując na wielkości różnicy $S_i - k$, komórki sensoryczne poprzez współtworzoną sieć, dostarczają bodziec do komórek efektorowych, aby te z kolei wywołały przyrost, bądź ubytek gęstości tkanki kostnej w danym elemencie skończonym, zgodnie z formułą:

$$F(x, t) = \sum_{i=1}^N f_i(x) \cdot (S_i(t) - k), \quad (2)$$

W omawianym schemacie regulacji, F jest wyznaczanym bodźcem remodelingu w miejscu x obszaru tkanki. S_i jest wartością sygnału w i -tym sensorze, N jest całkowitą liczbą wszystkich elementów skończonych. Wielkość bodźca doprowadzanego do efektorów z każdej komórki sensorycznej zależy od dystansu, jaki dzieli tę komórkę od efektorów. Odpowiada za to tzw. funkcja wpływu f_i .

$$f(r_i(x)) = \frac{D}{r_i(x)}, \quad (3)$$

gdzie $r_i(x)$ jest odległością i -tego sensora od punktu ulokowania efektorów x , który również jest środkiem masy elementu skończonego, a D pewną przyjętą stałą. Efektem działania bodźca jest lokalna zmiana gęstości $\rho(x, t)$ w miejscu x w chwili t :

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \tau \cdot F(x, t), \quad \text{gdzie } \rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}, \quad (4)$$

gdzie: τ jest pewną stałą, ρ_{\min} gęstością minimalną, ρ_{\max} gęstością maksymalną. Zmiany gęstości w elementach skończonych pociągają za sobą zmianę własności mechanicznych. Przyjęto następującą zależność wiążącą gęstość tkanki kostnej i jej moduł Young'a E :

$$E = K \cdot \rho^3, \quad (5)$$

gdzie K jest pewną stałą.

Przyjęto, że model nie powinien reagować na niewielkie zmiany gęstości energii odkształcenia. W związku z tym, wprowadzono do modelu strefę nieczułości s , co modyfikuje wzory (2) i (4) do postaci [1]:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \tau \cdot \left[\sum_{i=1}^N f_i(x) \cdot (U_i(t) - k(1+s)) \right], \text{ jeżeli } U_i \geq k(1+s), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \tau \cdot \left[\sum_{i=1}^N f_i(x) \cdot (U_i(t) - k(1-s)) \right], \text{ jeżeli } U_i < k(1-s), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = 0, \text{ jeżeli } U_i > k(1-s) \text{ i } U_i < k(1+s). \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę to, że model zostanie wykorzystany w obliczeniach numerycznych, równania różniczkowe (6)-(8) należy zastąpić równaniami różnicowymi:

$$\Delta \rho(x,t) = \tau \cdot \left[\sum_{i=1}^N f_i(x) \cdot (U_i(t) - k(1 \pm s)) \right] \cdot \Delta t \quad (9)$$

gdzie $\Delta \rho(x,t)$ jest skończoną zmianą gęstości w chwili t , natomiast Δt jest skończonym przyrostem czasu. Nowe wartości gęstości w elementach skończonych są wyznaczone z wykorzystaniem formuły:

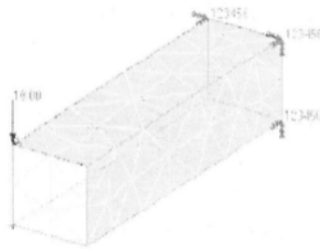
$$\rho(x,t + \Delta t) = \rho(x,t) + \Delta \rho(x,t) \quad (10)$$

Powyższy algorytm jest w istocie heurystycznym algorytmem optymalizacji, który pozwala na optymalizowanie struktury tkanki kostnej. Opisany proces jest iteracyjnie powtarzany do momentu, w którym zostanie spełniony warunek zakończenia pracy algorytmu np. kiedy różnica $S_i - k$ wyzeruje się dla wszystkich elementów. Zbieżność algorytmu charakteryzuje funkcja celu dana wzorem [2]:

$$F = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left| \sum_{j=1}^N f_j(x) \cdot (S_i - k) \right|. \quad (11)$$

3. OPIS SYMULACJI

Opisany wyżej algorytm wykorzystano do stworzenia programu komputerowego służącego do symulacji procesu przebudowy tkanki kostnej. Obiektem symulacji został prostopadłościenny wycinek tkanki kostnej o wymiarach 10-40-10 mm, utwierdzony jednostronnie i o obciążony punktowo siłą $F = 10$ N, jak na rys. 2. Model geometryczny, siatkę elementów skończonych i prezentację wyników po zakończonej symulacji wykonano w programie MSC.Patran. Siatka MES przygotowanego modelu składała się ze 182 czterowęzłowych elementów tetraedrycznych. W obliczeniach wytrzymałościowych wykorzystano program MSC.Nastran. Symulacja przebiegła w 40 iteracjach.



Rys. 2. Geometria modelu

Przyjęto, że można w przybliżeniu uznać tkankę kostną za materiał o charakterystyce liniowo-sprężystej, spełniający poniższą zależność:

$$E = 3790\rho^3 \quad [\text{MPa}], \quad (12)$$

gdzie E jest modułem Young'a, a ρ [g/cm^3] gęstością. Na początku symulacji gęstość jest jednakowa w całym obszarze i wynosi $\rho = 0.8 \text{ g}/\text{cm}^3$. Graniczne wartości gęstości wynoszą, $\rho_{\min} = 0.01 \text{ g}/\text{cm}^3$ i $\rho_{\max} = 1.74 \text{ g}/\text{cm}^3$. Referencyjna wartość gęstości energii odkształcenia przyjęta została na poziomie $S_{ref} = 0.040 \text{ MPa}$ wraz ze strefą nieczułości $s = 0.02 \text{ MPa}$. Parametr D funkcji wpływu wyniósł 0.05 mm a jednostkowy przyrost gęstości τ , to $1 \text{ (g}/\text{cm}^3)/\text{MPa} \cdot \text{j.c.}$ (j.c. – jednostka czasu). Przyrost czasu remodelingu Δt przyjęto za 1 j.c.

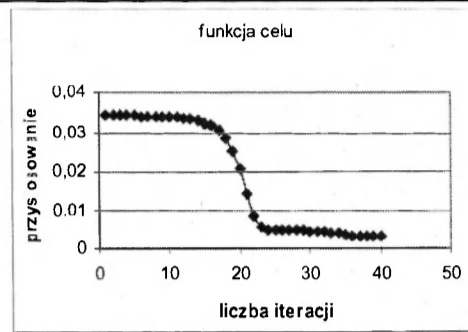
3.1. Wyniki

Wyniki symulacji przebudowy zilustrowane zostały na rysunkach 4 – 5. Średnia gęstość w modelowanym obszarze po zakończeniu symulacji wyniosła $0.106 \text{ g}/\text{cm}^3$, co oznacza, że zmniejszyła się w trakcie symulacji o $0.694 \text{ g}/\text{cm}^3$. O pracy algorytmu może świadczyć wykres funkcji celu (rys. 3) danej wzorem (11).

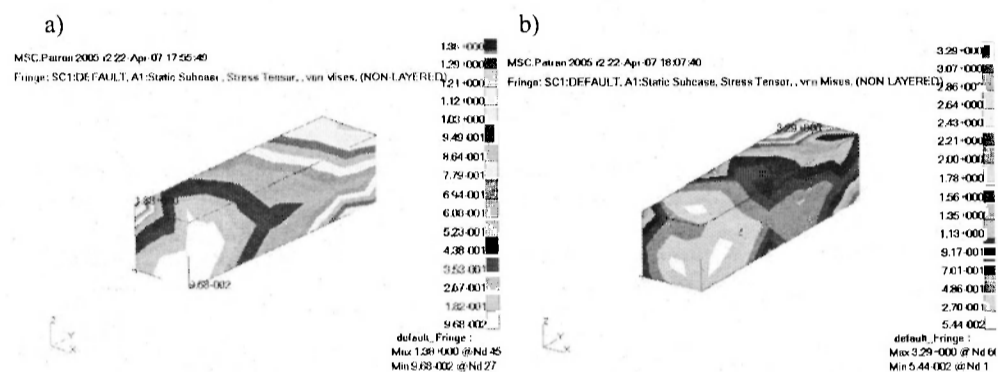
Ekstremalne wartości naprężeń i odkształceń w badanym obszarze, obliczone na początku i na końcu symulacji zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki symulacji

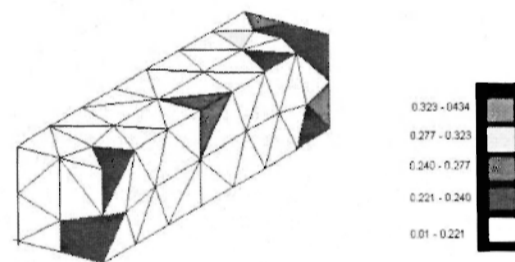
	Początek symulacji	Koniec symulacji
Min. naprężenie	0.096 MPa	0.054 MPa
Maks. naprężenie	1.38 MPa	3.29 MPa
Min. odkształcenie	0.0000043	0.013
Maks. odkształcenie	0.000061	0.52



Rys. 3. Przebieg funkcji celu



Rys. 4. Rozkład naprężeń na początku symulacji a) i na końcu symulacji b)



Rys. 5. Rozkład gęstości po zakończeniu symulacji [g / cm^3]

4. PODSUMOWANIE

Rezultaty symulacji świadczą o tym, że program zbudowany na podstawie opisanego w pracy algorytmu spełnia postawione mu zadanie optymalizowania struktury tkanki kostnej. W trakcie działania program nie tylko zmniejszył średnią gęstość w rozpatrywanym obszarze, ale również doprowadził do zróżnicowania gęstości struktury w ten sposób, że gęstość elementów w okolicy utwierdzenia (po stronie na której działała siła F) stała się największa. Skutkiem tego, w obszarze tym poprawiła się nośność. Z praktycznego punktu widzenia działanie programu w tym przypadku było jak najbardziej pożądane, ponieważ umocnienia struktury dokonano w miejscu najbardziej newralgicznym.

Wyniki powyższej symulacji, ze względu na małą liczbę elementów, mają charakter bardziej jakościowy niż ilościowy, jednak ze zwiększeniem liczby elementów skończonych program może być bez trudu wykorzystany do dokładniejszych symulacji przebudowy obszarów tkanki kostnej.

LITERATURA

- [1] Huijkes R.: Computational Theories of Bone Modeling and Remodeling. Lecture Notes: "Advanced Course on Modelling in Biomechanics". Warsaw, April 7-11. 2003.
- [2] Jovanovic J. D, Jovanovic M. L.: Biomechanical model of vertebra based on bone remodeling. FACTA UNIVERSITATIS. Series: Medicine and Biology Vol. 11, No 1, 2004, s. 35-39.
- [3] Będziński R.: Biomechanika inżynierska. Zagadnienia wybrane. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej. 1997.
- [4] Burger E. H., Klein-Nulend J., Smit T. H.: Strain-derived canalicular fluid flow regulates osteoclast activity in a remodelling osteon – a proposal. Journal of Biomechanics 36 (2003), s. 1453-1459.

THE SIMULATION OF TRABECULAR TISSUE REMODELING

Summary. In the present paper one remodeling model of trabecular bone is considered. The model is based on the strain energy density criterion. The strain energy density is taken as the mechanical stimulus of bone remodeling. The results of the simulation demonstrate change of material density distribution. The change of bone tissue density caused by mechanical load is optimal, what means that tissue tends to minimal mass needed to bear load.